





TOÁN HỌC & Tuổi trẻ

Đặc san

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Số 11

Trụ sở: 187B Giảng Võ, Hà Nội.

ĐT Biên tập: (04) 35121607; ĐT - Fax Phát hành, Trĩ sự: (04) 35121606

Email: toanhocuoitrevietnam@gmail.com Website: <http://www.nxbgd.vn/toanhocuoitre>





SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY ĐỂ TÌM SỐ DƯ CỦA PHÉP CHIA ĐA THỨC

$$f(x) \text{ CHO } g(x) = ax + b$$

TRẦN NGỌC DUY

(GV THCS Nguyễn Bá Loan, Mộ Đức, Quảng Ngãi)

Để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức $g(x) = ax + b$, ta có thể tiến hành theo các cách sau:

1. Chia thông thường
2. Áp dụng định lý Bezout
3. Áp dụng sơ đồ Horner

Bài viết này hướng dẫn làm theo cách 2 và 3 có sử dụng máy tính cầm tay (MTCT).

1. ĐỊNH LÝ BEZOUT

Giả sử $f(x)$ là đa thức của biến x và $a \in \mathbb{R}$.

Khi thay $x = a$ thì được $f(a)$, là giá trị của $f(x)$ tại a .

Nếu $f(a) = 0$ thì $f(x)$ có nghiệm là $x = a$.

Định lý Bezout

Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức $g(x) = x - a$ là hằng số bằng $f(a)$.

★ **Thí dụ 1.** Tìm số dư trong phép chia

$$f(x) = 7x^5 - 30x^4 - 1975 \text{ cho}$$

$$g(x) = x - 19,54.$$

Lời giải

Theo Định lý Bezout số dư trong phép chia $f(x)$ cho $g(x)$ là $f(19,54)$. Để tính $f(19,54)$ bằng MTCT ta có thể làm theo hai cách sau:

Cách 1. Sử dụng phím nhớ A, B, C, D, E, F, X, Y, M, Ans.

– Gán 19,54 vào biến nhớ X: Ấn $\boxed{1} \boxed{9} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{=}$ màn hình hiện 19.54 \rightarrow X (hoặc ấn 19,54 $\boxed{=}$).

– Nhập biểu thức $7X^5 - 30X^4 - 1975$. Ấn các phím $\boxed{7} \boxed{=}$ $\boxed{X} \boxed{x^5} \boxed{-}$ $\boxed{30} \boxed{=}$ $\boxed{X} \boxed{x^4} \boxed{-}$ $\boxed{1975} \boxed{=}$

(hoặc nhập biểu thức: $7\text{Ans}^5 - 30\text{Ans}^4 - 1975$)

– Ấn $\boxed{=}$ màn hình hiện 15564423.85.

Vậy $f(19,54) = 15564423,85$.

Cách 2. Sử dụng chức năng CALC

– Nhập biểu thức $7X^5 - 30X^4 - 1975$

– Lưu biểu thức: Ấn $\boxed{\text{CALC}}$ máy hỏi X? Ấn tiếp các phím $\boxed{1} \boxed{9} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{=}$ màn hình hiện 15564423.85.

Kết quả $f(19,54) = 15\ 564\ 423,85$. □

Nhận xét. Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức $g(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) là hằng số bằng $f\left(\frac{-b}{a}\right)$.

★ **Thí dụ 2.** Tìm số dư trong phép chia

$$f(x) = 26x^3 + 1931x^2 + 9x - 1982$$

cho $g(x) = 20x + 11$.

Lời giải. Ta có số dư là $f\left(\frac{-11}{20}\right)$. Để tính giá trị này bằng MTCT ta làm như sau:

– Nhập biểu thức $26X^3 + 1931X^2 + 9X - 1982$

– Lưu biểu thức: Ấn phím $\boxed{\text{CALC}}$ máy hỏi X? Ấn tiếp các phím $\boxed{-} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{=}$ $\boxed{20} \boxed{=}$ Máy hiện kết quả $-1407,14825$.

Vậy $f\left(\frac{-11}{20}\right) = -1407,14825$. □

2. SƠ ĐỒ HORNER

Giả sử khi chia đa thức

$P_n(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$ cho nhị thức $x - m$ ta được thương là đa thức

$$Q_r(x) = b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0$$

và số dư r thì giữa các hệ số $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ và $b_{n-1}, b_{n-2}, \dots, b_1, b_0, r$ có mối quan hệ sau đây

$$b_{n-1} = a_n$$

$$b_{n-2} = m.b_{n-1} + a_{n-1}$$

.....

$$b_0 = m.b_1 + a_1$$

$$r = m.b_0 + a_0$$

Minh hoạ bằng sơ đồ Horner sau

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}
m	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = m.b_{n-1} + a_{n-1}$	$b_{n-3} = m.b_{n-2} + a_{n-2}$

	...	a_1	a_0
m		$b_0 = m.b_1 + a_1$	$r = m.b_0 + a_0$

★Thí dụ 3. *Tim thương và số dư trong phép chia*
 $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 2013x - 2014$
 cho $g(x) = x + 195$.

Lời giải. Gọi đa thức thương là
 $q(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$ và số dư r .

Ta ghi bảng (sơ đồ Horner)

	2	0	-3	2013	-2014
-195	$b_3 = 2$	b_2	b_1	b_0	r

Để tính b_2, b_1, b_0, r bằng MTCT ta làm như sau
 Gán -195 vào biến nhớ A:

Ấn $\boxed{=}$ $\boxed{1}$ $\boxed{9}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$ \boxed{STO} \boxed{A}

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{0}$ $\boxed{=}$

ta được -390, tức là $b_2 = -390$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

ta được 76047, tức là $b_1 = 76047$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{2013}$ $\boxed{=}$

ta được -14 827 152, tức là $b_0 = -14827152$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{2014}$ $\boxed{=}$

ta được 2 891 292 626, tức là $r = 2\,891\,292\,626$.

Vậy đa thức thương

$$q(x) = 2x^3 - 390x^2 + 76047x - 14\,827\,152$$

và số dư $r = 2\,891\,292\,626$. □

Nhận xét. Trường hợp đa thức chia là

$g(x) = ax + b$ thì $m = -\frac{b}{a}$, các hệ số của đa thức thương $q(x)$ phải chia thêm cho a . Tức là

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}
m	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = m.b_{n-1} + a_{n-1}$	$b_{n-3} = m.b_{n-2} + a_{n-2}$
Hệ số $q(x)$	$\frac{b_{n-1}}{a}$	$\frac{b_{n-2}}{a}$	$\frac{b_{n-3}}{a}$

	...	a_1	a_0
m	...	$b_0 = m.b_1 + a_1$	$r = m.b_0 + a_0$
Hệ số $q(x)$...	$\frac{b_0}{a}$	

★Thí dụ 4. *Tim thương và số dư trong phép chia đa thức*

$$f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$$

cho $g(x) = 4x - 5$.

Lời giải. Sử dụng MTCT, cách làm tương tự như Thí dụ 3 với $m = \frac{5}{4}$.

Ấn $\frac{5}{4}$ $\boxed{=}$ \boxed{STO} \boxed{A} .

Ấn tiếp $\frac{5}{4}$ $\boxed{\times}$ \boxed{A} $\boxed{\times}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+}$ $\boxed{5}$ ta được $\frac{35}{4}$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$ ta được $\frac{111}{16}$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ ta được $\frac{683}{64}$.

Ấn tiếp $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ \boxed{A} $\boxed{+}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{7}$ $\boxed{=}$ ta được $6\frac{87}{256}$.

Do đó ta có bảng

	3	5	-4	2	-7
$\frac{5}{4}$	3	$\frac{35}{4}$	$\frac{111}{16}$	$\frac{683}{64}$	$6\frac{87}{256}$
Các hệ số của đa thức thương	$\frac{3}{4}$	$\frac{35}{16}$	$\frac{111}{64}$	$\frac{683}{256}$	

Vậy đa thức thương

$$Q(x) = \frac{3}{4}x^3 + \frac{35}{16}x^2 + \frac{111}{64}x + \frac{683}{256}$$

và số dư $r = 6 \frac{87}{256}$. \square

Chú ý. Các hệ số của đa thức thương ta phải chia cho a ($a = 4$).

★Thí dụ 5. Tìm a để đa thức

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$$

chia hết cho $x + 6$.

Lời giải. Để $P(x) \div (x + 6) \Leftrightarrow P(-6) = 0$.

Gọi $Q(x) = x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x$

thì có $Q(-6) + a = 0$.

Sử dụng MTCT để tính $Q(-6)$ như sau:

Nhập biểu thức $X^4 + 7X^3 + 2X^2 + 13X$

Ấn $\boxed{=}$ máy hỏi X ? Ấn tiếp các phím $\boxed{(-)}\boxed{6}\boxed{=}$

màn hình hiện -222 . Vậy $Q(-6) = -222$.

Do đó $-222 + a = 0$. Vậy $a = 222$. \square

BÀI TẬP

1. Tìm số dư của mỗi phép chia sau

a) $(x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 1) : (x - 3)$;

b) $(x^3 - 9x^2 - 35x + 7) : (x - 12)$;

c) $(2x^3 + x^2 - 3x + 5) : (x + 11)$;

d) $(4x^5 + 3x^3 - 4x + 5) : (2x + 11)$;

e) $(3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7) : (-3x + 2)$;

f) $(5x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x + 8) : (3x - 1)$.

2. Tìm số dư và đa thức thương của phép chia $f(x)$ cho $g(x)$ sau

a) $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 1$ và $g(x) = x - 3$;

b) $f(x) = x^3 - 9x^2 - 35x + 7$ và $g(x) = x - 12$;

c) $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 5$ và $g(x) = x + 11$;

d) $f(x) = 4x^5 + 3x^3 - 4x + 5$

và $g(x) = 2x + 11$;

e) $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$

và $g(x) = -3x + 2$;

f) $f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x + 8$

và $g(x) = 3x - 1$.

3. Tìm m để $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 5x + 2005 - m$ chia hết cho $x - 12$.

4. Xác định giá trị k để đa thức

$$f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k$$

chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - x - 2$.

5. Cho đa thức $f(x) = 3x^4 - x^3 + 2x^2 - x + m$.

a) Xác định m để $f(x)$ chia hết cho $x - 2$.

b) Với m tìm được ở câu a. Xác định đa thức thương và số dư của $f(x)$ chia cho $x + 3$.

6. Cho đa thức

$$P(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + m.$$

a) Tìm số dư trong phép chia $P(x)$ cho $x - 2,5$ khi $m = 2003$;

b) Tính giá trị của m để đa thức $P(x)$ chia hết cho $x - 2,5$.

c) Muốn đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = 2$ thì m có giá trị là bao nhiêu?

7. Cho hai đa thức $P(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + m$ và $Q(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + n$.

a) Tìm giá trị của m và n để các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ chia hết cho $x - 2$;

b) Xét đa thức $R(x) = P(x) - Q(x)$, với giá trị m, n vừa tìm được. Hãy chứng tỏ rằng đa thức $R(x)$ chỉ có một nghiệm duy nhất.

8. Cho đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$.

a) Với điều kiện nào của m thì đa thức $P(x)$ chia hết cho $2x + 3$;

b) Với m tìm được ở câu a. Hãy tìm số dư r khi chia đa thức $P(x)$ cho $3x - 2$;

c) Với m tìm được ở câu a. Hãy phân tích đa thức $P(x)$ ra tích của các thừa số bậc nhất;

d) Tìm m và n để hai đa thức

$$P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$$

$$\text{và } Q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 13x + n$$

cùng chia hết cho $x - 2$;

e) Với n tìm được ở câu trên, hãy phân tích $Q(x)$ của các thừa số bậc nhất.

9. Cho đa thức

$$P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

Biết $P(1) = 1, P(2) = 4, P(3) = 9, P(4) = 16, P(5) = 25$.

a) Tính các giá trị $P(6), P(7), P(8), P(9)$;

b) Viết lại đa thức $P(x)$ với các hệ số là số nguyên.

